

Задание 1. (2 балла)

В приведенных ниже ребусах зашифрованы числа, записанные в двоичной системе счисления.

а) $***+***=**1*$

б) $*0*+**1=**10$

в) $*1*+**0*=**1**$

г) $***-**=*$

д) $*1*-**=**$

е) $***-***=*1$

ж) $**10-*0*=**1$

з) $*0*0-***=*1*$

Задание 2. (2 балла)

Буквами зашифрованы цифры четверичной системы счисления (с основанием 4). Определить все эти цифры.

а) $A+A=B$

б) $X+X=Y2$

в) $AA+A=BCD$

г) $Q2+D=QQ$

д) $N+N=MO$

Задание 3. (1 балл)

Расшифруйте слово «НУЛТХСЕУГЧЛВ», закодированное с помощью шифра Цезаря, если известно, что каждая буква исходного текста заменяется третьей после нее буквой.

Задание 4. (2 балла)

Разведчик направил своему агенту три письма. В первом письме был листочек с квадратной таблицей (рисунок 1), а в третьем – листочек с другой таблицей (рисунок 2). Второе письмо, которое содержит пояснения по использованию этих двух таблиц, потерялось. Помогите агенту прочесть послание.

Э	А	П	Я	Т	З
Р	О	Е	Т	Ы	О
В	Ш	В	О	Ш	Е
А	Р	И	Т	Е	Ф
Р	К	О	Т	Т	С
А	Н	Я	Н		А

Рисунок 1

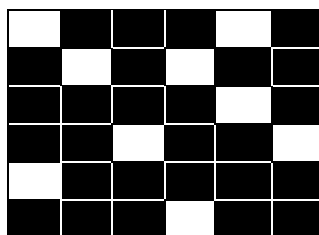


Рисунок 2

Задание 5. (1 балл)

Дайте «серьезные» ответы на «несерьезные» вопросы.

- 1) Когда $2 \cdot 2 = 100$?
- 2) Когда $2 \cdot 2 = 11$?
- 3) Когда $2 \cdot 3 = 11$?
- 4) Когда $3 \cdot 3 = 13$?
- 5) Когда $21 + 24 = 100$?
- 6) Когда $22 + 44 = 110$?
- 7) Когда $3 + 4 = 7$, а $3 \cdot 4 = 13$?
- 8) Когда $6 \cdot 6 = 44$?

Задание 6. (2 балла)

Есть 8 монет: 7 настоящих, каждая из которых весит 10 г., и одна фальшивая, которая весит 9 г. Необходимо, используя «электронные весы», которые показывают вес с точностью до 1 г. найти фальшивую монету за минимальное количество взвешиваний. Оформить варианты взвешиваний с помощью алгоритма.

Задание 7. (3 балла)

Значение выражения $4^{34} + 5 \cdot 4^{22} + 4^{13} + 2 \cdot 4^9 + 82$ записали в системе счисления с основанием 16. Сколько разных цифр встречается в этой записи?

Задание 8. (4 балла)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 40) \wedge (\text{ДЕЛ}(780, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(180, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание 9. (4 балла)

Проверить справедливость равенства:

$$C \times (B \setminus A) = (C \times B) \setminus (C \times (A \cap B)), \text{ для множеств } A=\{1,2\}; B=\{2,3\}; C=\{1,3\}$$

Задание 10. (3 балла)

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 85 = 0 \rightarrow (x \& 54 \neq 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Задание 11. (2 балла)

На ровной гладкой поверхности выложен треугольник из шести шаров (рисунок 1). Требуется за наименьшее число ходов переложить шары так, чтобы они образовали кольцо как показано на рисунке 2.

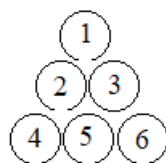


Рисунок 1

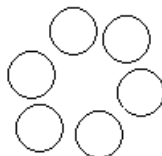


Рисунок 2

Каждый ход состоит в передвижении только одного шара. Сдвигать при этом другие шары нельзя. В новом положении каждый шар должен касаться двух других шаров. Поднимать шары с поверхности стола при решении задачи не разрешается. При разработке алгоритма используйте команды типа: «1, к (3, 6)», где 1 – номер перекладываемого шара, а 3 и 6 – это номера шаров, к которым кладется перекладываемый.

Задание 12. (4 балла)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень, добавить два камня** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. При этом нельзя повторять ход, который только что сделал второй игрок.

Например, если в начале игры в куче 3 камня, Петя может первым ходом получить кучу из 4, 5 или 6 камней. Если Петя получил кучу из 5 камней (добавил 2 камня), то следующим ходом Ваня может получить 6 или 10 камней. Получить 7 камней Ваня не может, так как для этого нужно добавить 2 камня, а такой ход только что сделал Петя.

Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 50 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 49$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.