

Информатика

Задание 1. (1 балл)

Автомат получает на вход два двузначных шестнадцатеричных числа. В этих числах все цифры не превосходят цифру 6 (если в числе есть цифра больше 6, автомат отказывается работать). По этим числам строится новое шестнадцатеричное число по следующим правилам.

- Вычисляются два шестнадцатеричных числа – сумма старших разрядов полученных чисел и сумма младших разрядов этих чисел.

- Полученные два шестнадцатеричных числа записываются друг за другом в порядке возрастания (без разделителей).

Пример. Исходные числа: 66, 53. Поразрядные суммы: В, 9. Результат: 9В.

Определите, какое из следующих чисел может быть результатом работы автомата.

- 1) 9F 2) 911 3) 42 4) 7A

Задание 2. (2 балла)

Автомат получает на вход натуральное число X . По этому числу строится трёхзначное число Y по следующим правилам.

1. Первая цифра числа Y (разряд сотен) – остаток от деления X на 2.

2. Вторая цифра числа Y (разряд десятков) – остаток от деления X на 3.

3. Третья цифра числа Y (разряд единиц) – остаток от деления X на 5.

Пример. Исходное число: 55. Остаток от деления на 2 равен 1; остаток от деления на 3 равен 1; остаток от деления на 5 равен 0. Результат работы автомата: 110.

Укажите наименьшее двузначное число, при обработке которого автомат выдаёт результат 104.

Задание 3. (2 балла)

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только шесть букв: А, В, С, D, E, F. Для передачи используется неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, В, С используются такие кодовые слова: А — 00, В — 010, С — 1.

Какова наименьшая возможная суммарная длина всех кодовых слов?

Примечание. Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова. Коды, удовлетворяющие условию Фано, допускают однозначное декодирование.

Задание 4. (3 балла)

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы К, О, М, П, Ь, Ю, Т, Е, Р. Каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным

количеством бит). Определите объём памяти, отводимый этой программой для записи 30 паролей. (Ответ дайте в байтах.)

Задание 5. (3 балла)

Шифр кодового замка представляет собой последовательность из пяти символов, каждый из которых является цифрой от 1 до 5. Сколько различных вариантов шифра можно задать, если известно, что цифра 1 встречается ровно три раза, а каждая из других допустимых цифр может встречаться в шифре любое количество раз или не встречаться совсем?

Задание 6. (3 балла)

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует две команды: Вперёд n (где n — целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова, и Направо t (где t — целое число), вызывающая изменение направления движения на t градусов по часовой стрелке. Запись Повтори k [Команда1 Команда2 ... КомандаS] означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм:

Повтори 4 [Вперёд 12 Направо 90]

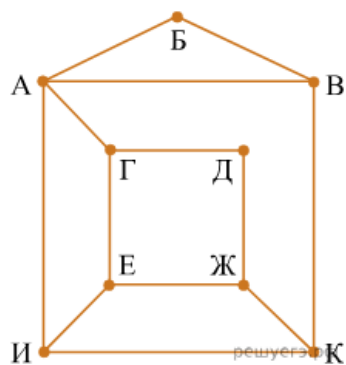
Повтори 3 [Вперёд 12 Направо 120]

Определите, сколько точек с целочисленными координатами будут находиться внутри области, ограниченной линией, заданной данным алгоритмом: Повтори 4 [Вперёд 12 Направо 90] и находиться вне области, ограниченной линией, заданной данным алгоритмом: Повтори 3 [Вперёд 12 Направо 120]. Точки на линии учитывать не следует.

Задание 7. (4 балла)

На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице звёздочками обозначено наличие дороги между населёнными пунктами. Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Выпишите последовательно без пробелов и знаков препинания указанные на графе буквенные обозначения пунктов от П1 до П9: сначала букву, соответствующую П1, затем букву, соответствующую П2, и т. д.

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8	П9
П1						*			*
П2			*		*		*		
П3		*		*					*
П4			*			*	*		
П5		*						*	
П6	*			*				*	*
П7		*		*				*	
П8					*	*	*		
П9	*		*			*			



Задание 8. (4 балла)

В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» — символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц.

Запрос	Количество страниц
математика логика & комбинаторика	50
математика логика	100
математика логика комбинаторика	200

Какое количество страниц будет найдено по запросу математика | комбинаторика?

Задание 9. (4 балла)

Сколько целочисленных решений у неравенства $6GF_{19} < x < G60_{19}$?

Задание 10. (4 балла)

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 20]$ и $Q = [5, 15]$. Выберите такой отрезок A , что формула $((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \wedge (x \in A)$ тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной x . 1) $[0, 6]$ 2) $[5, 8]$ 3) $[7, 15]$ 4) $[12, 20]$.

Задание 11. (5 баллов)

Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow (x_3 \rightarrow x_4) = 1$$

$$(x_3 \rightarrow x_4) \rightarrow (x_5 \rightarrow x_6) = 1$$

где $x_1, x_2, \dots, x_6$ – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Задание 12. (5 баллов)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может убрать из одной из куч один камень или уменьшить количество камней в куче в два раза (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень больше, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (5, 9), (3, 9), (6, 8), (6, 5).

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 40. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 40 или меньше камней.

В начальный момент в первой куче было 20 камней, во второй куче — S камней, $S > 20$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е. не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Найдите три наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

— Петя не может выиграть за один ход;

— Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

Ответы

1. Ответ: 4.

- по условию обе цифры числа меньше или равны 6, поэтому при сложении двух таких чисел может получиться сумма от 0 до 12 = С16
- из п. 1 сразу делаем вывод, что цифры F в записи числа быть не может, вариант 1 не подходит
- каждая из двух сумм находится в интервале 0..12, поэтому записывается одной шестнадцатеричной цифрой, так что результат работы автомата всегда состоит ровно из двух цифр
- из п. 2 следует, что вариант 2, состоящий из трех цифр, не подходит
- по условию цифры записаны в порядке возрастания, поэтому вариант 3 не подходит
- остается вариант 4, в котором все условия соблюдаются

2. Ответ: 39.

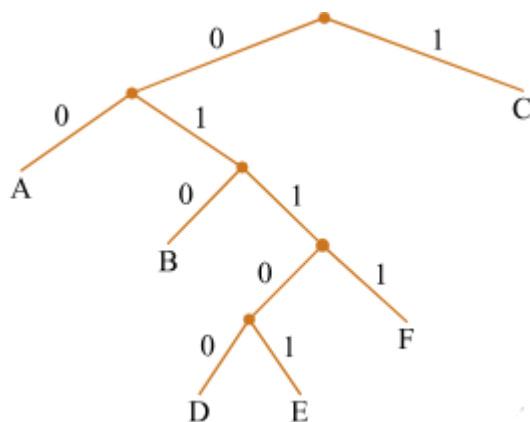
- остаток от деления на 2, равный 1, говорит о том, что число нечётное
- таким образом, нужно найти нечётное число, которое делится на 3 и при делении на 5 даёт остаток 4
- перебираем **нечётные** двузначные числа, которые при делении на 5 дают остаток 4 и находим для каждого остаток от деления на 3

N	19	29	39	...
N mod 3	1	2	0	

3. Ответ: 20

Для нахождения кодовых слов будем использовать двоичное дерево, в котором от каждого узла отходит две ветви, соответствующие выбору следующей цифры кода. Буквы будем размещать на конечных узлах дерева — листьях. Условие Фано выполняется, поскольку при проходе от корня дерева к букве в середине пути не встречается других букв.

Пример дерева, обеспечивающего минимальную сумму длин всех шести кодов изображено на рисунке.



Суммарная длина такого кода $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 5 = 20$.

4. Ответ: 240.

Согласно условию, в пароле могут быть использованы только 9 букв. Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов. Поскольку $2^3 < 9 < 2^4$, то для записи каждого из 9 символов необходимо 4 бита.

Для хранения всех 15 символов номера нужно $4 \cdot 15 = 60$ бит, а т. к. для записи используется целое число байт, то берём ближайшее не меньшее значение, кратное восьми: это число 64, что составляет 8 байт.

Поэтому 30 паролей занимают $8 \cdot 30 = 240$ байт.

5. Ответ: 160

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = \frac{120}{12} = 10.$$

Количество способов поставить три 1 на пять позиций —

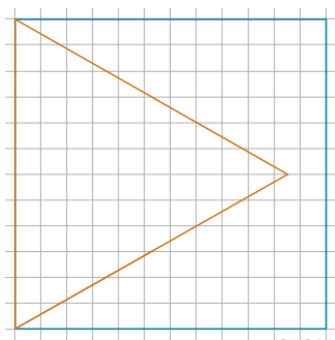
После того, как определили позиции трёх 1, на оставшиеся две позиции можем поставить любое из четырёх чисел, это можно сделать $4^2 = 16$ способами.

Итого всего $10 \cdot 16 = 160$ кодов.

6. Ответ: 65

Заметим, что Исполнитель чертит Квадрат и Треугольник.

Посчитаем точки.



7. Ответ: БЖКИДАЕГВ

Заметим, что в таблице имеется один пункт степени 4, населенный пункт А, ему соответствует пункт П6.

В таблице имеется два пункта степени 2, пункт Б имеет общую дорогу с пунктом А (пункт П6), следовательно, ему соответствует П1, тогда другой пункт степени 2 это пункт Д, соответствует пункту П5.

Населенный пункт В имеет общие дороги с пунктом А (пункт П6) и Б (пункт П1), ему соответствует пункт П9.

Пункт В имеет общие дороги с пунктом А (пункт П6), пунктом Б (пункт П1) и пунктом К. Следовательно, пункту К соответствует пункт П3.

Пункт Ж имеет общие дороги с пунктом Д (пункт П5) и пунктом К (пункт П3), следовательно, ему соответствует пункт П2.

Пункт Г имеет общие дороги с пунктом А (пункт П6) и пунктом Д (пункт П5), следовательно, ему соответствует пункт П8.

Пункт Е имеет общие дороги с пунктом Г (пункт П8) и пунктом Ж (пункт П2), следовательно, ему соответствует пункт П7.

Пункт И имеет общие дороги с пунктом А (пункт П6), пунктом Е (пункт П7) и пунктом К (пункт П3), следовательно, ему соответствует пункт П4.

Выпишем последовательно без пробелов и знаков препинания указанные на графе буквенные обозначения пунктов от П1 до П9: ДЕЖАГБИВ.

8. Ответ: 150

9. Ответ: 3404

$$5890 - 2485 - 1 = 3404$$

10. Ответ: 2

Если формула ложна, то ее отрицание истинно, поэтому преобразуем исходное выражение к виду $\neg((\neg Q \vee P) \wedge A) = \neg(\neg Q \vee P) \vee \neg A = (Q \wedge \neg P) \vee \neg A$. Выражение $(Q \wedge \neg P) \vee \neg A$ соответствует случаю $X \vee \neg Y$. Тогда отрезок A должен целиком лежать внутри пересечения $Q \wedge \neg P$. Легко видеть, что этим пересечением является отрезок $[5, 10]$. Целиком внутри него лежит отрезок $[5, 8]$. Таким образом, получаем вариант 2.

11. Ответ: 40

- 1) используем замену переменных (заметим, что каждая из новых переменных независима от других, это важно!):

$$Y_1 = x_1 \rightarrow x_2, \quad Y_2 = x_3 \rightarrow x_4, \quad Y_3 = x_5 \rightarrow x_6$$

тогда система запишется в виде

$$Y_1 \rightarrow Y_2 = 1$$

$$Y_2 \rightarrow Y_3 = 1$$

- 2) можно объединить эти уравнения в одно

$$(Y_1 \rightarrow Y_2) \wedge (Y_2 \rightarrow Y_3) = 1$$

для того, чтобы это равенство было выполнено, ни одно из импликаций не должна быть ложной, то есть в битовой цепочке, составленной из значений переменных Y_1, Y_2, Y_3 , не должно быть последовательности «10»; вот все возможные варианты:

Y_1	Y_2	Y_3
0	0	0
0	0	1
0	1	1
1	1	1

- 3) теперь вернемся к исходным переменным; импликация $x_1 \rightarrow x_2$ дает 0 при одном наборе исходных переменных $(x_1, x_2) = (1, 0)$ и 1 при трёх наборах $(x_1, x_2) = \{(0, 0), (0, 1), (1, 1)\}$
- 4) учитывая, что каждая из новых переменных Y_1, Y_2, Y_3 , независима от других; для каждой строки полученной таблицы просто перемножаем количество вариантов комбинация исходных переменных:

Y_1	Y_2	Y_3	вариантов
0	0	0	$1*1*1=1$
0	0	1	$1*1*3=3$
0	1	1	$1*3*3=9$
1	1	1	$3*3*3=27$

- 5) складываем все результаты: $1 + 3 + 9 + 27 = 40$
- 6) Ответ: 40.

12. Ответ: 424361

Возможные значения S : 61, 43, 42. В этих случаях Петя, очевидно, не может выиграть первым ходом. Однако при $S = 61$ Петя может получить позицию (10, 61), при $S = 43$ — позицию (19, 43), а при $S = 42$ — позицию (20, 41).

В первом случае после хода Вани возникнет одна из позиций (9, 61), (5, 61), (10, 60), (10, 31), во втором случае — одна из позиций (18, 43), (10, 43), (19, 42), (19, 22), в третьем случае — одна

из позиций $(19, 41)$, $(10, 41)$, $(20, 40)$, $(20, 21)$. В любой из перечисленных позиций Петя может выиграть, уменьшив вдвое количество камней в большей куче. Таким образом, ответ — 424361.

Проект графика проведения олимпиад «УГНТУ-2024»

Дата	Предмет
03.02.2024	Физика
10.02.2024	Информатика
17.02.2024	Обществознание
17.02.2024	Химия
02.03.2024	Математика

Профиль __ информатика__

Члены методической комиссии олимпиады «УГНТУ-2024»

№	Ф.И.О	Статус в комиссии	Контактный телефон
1		председатель	
2		член комиссии	
3		член комиссии	

Члены жюри олимпиады «УГНТУ-2024»

№	Ф.И.О	Статус в комиссии	Контактный телефон
1		председатель	
2		член комиссии	
3		член комиссии	
4		член комиссии	
5		член комиссии	